

8 de marzo

Primer Nivel

101. Hallar todos los números de dos cifras ab tales que $\frac{ab}{ba} = \frac{7}{4}$.

ACLARACIÓN: ab representa al número que tiene a en las decenas y b en las unidades; ba representa al número que tiene b en las decenas y a en las unidades.

Segundo Nivel

201. Hallar los dígitos X, Y, Z , con $X > Y > Z$ tales que la siguiente resta entre números de tres cifras sea correcta.

$$\begin{array}{r} X \ Y \ Z \\ - \\ Z \ Y \ X \\ \hline Z \ X \ Y \end{array}$$

Tercer Nivel

301. Calcular la suma de los dígitos del número $N = 10^{2009} - 2009$.

15 de marzo

Primer Nivel

102. La suma de las edades de Juan y de su madre supera en 2 años a la edad del padre. Dentro de 4 años, la edad de la madre será igual al triple de la edad de Juan, y la suma de las edades de los tres (padre, madre y Juan) será igual a 74. Determinar las edades actuales de los tres personajes.

Segundo Nivel

202. Si la escalera mecánica está detenida, Sofía la sube en 30 segundos. Si la escalera mecánica está funcionando, una persona que no se mueve la sube en 60 segundos.

Determinar cuánto tarda Sofía en subir si la escalera funciona pero ella además camina.

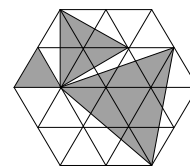
Tercer Nivel

302. Se tiene un cubo de arista n , con n un entero desconocido, pintado de azul. Se divide el cubo en n^3 cubitos de arista 1. La cantidad de cubitos que no tienen ninguna cara pintada es igual a 27 veces la cantidad de cubitos que tienen exactamente 2 caras pintadas. Hallar n .

22 de marzo

Primer Nivel

103. En la figura se muestra un hexágono formado por 24 triángulos equiláteros de lado 1. El área sombreada está formada por 3 triángulos equiláteros de distintos tamaños. Si S es el área sombreada y B es el área blanca del hexágono, calcular $\frac{B}{S}$.



Segundo Nivel

203. Sea $ABCD$ un cuadrado de lados $AB = BC = CD = DA = 16$, y P un punto en el lado BC . La recta perpendicular a AP trazada por A corta a la prolongación del lado CD en Q . Si $AP = 20$, calcular DQ .

Tercer Nivel

303. Sea $ABCD$ un rombo y P, Q, R, S puntos en los lados AB, BC, CD, DA , respectivamente, tales que $PQRS$ es un cuadrado de lado 2.

Si $\frac{AP}{PB} = \frac{CQ}{QB} = \frac{AS}{SD} = \frac{CR}{RD} = \frac{1}{2}$, calcular el lado del rombo $ABCD$.

29 de marzo

Primer Nivel

104. Fernando sumó cinco números naturales consecutivos y el resultado que obtuvo es un número de cinco cifras con el dígito de las unidades igual al de las unidades de mil $1x84x$, donde x representa un dígito.

Determinar los cinco números que sumó Fernando. Dar todas las posibilidades.

Segundo Nivel

204. En una reunión de 152 científicos, algunos son matemáticos y los demás son físicos. El promedio de las edades de todos los científicos es de 41 años. El promedio de las edades de los matemáticos es 35 años, y el promedio de las edades de los físicos es 51 años. Determinar cuántos científicos de esta reunión son matemáticos.

Tercer Nivel

304. Germán escribe una lista de números naturales. El primer número es el 1; luego escribe los múltiplos de 2, desde 2 hasta 2^2 ; a continuación escribe los múltiplos de 3, desde 3 hasta 3^2 ; luego los múltiplos de 4, desde 4 hasta 4^2 , y así siguiendo hasta escribir, por primera vez, el 2009. La lista empieza de la siguiente manera:

1, 2, 4, 3, 6, 9, 4, 8, 12, 16, 5, 10 ...

Determinar cuántos números tiene la lista de Germán.

5 de abril

Primer Nivel

105. Un tren viaja de A a D , con dos paradas intermedias, primero B y después C . Cuando se detiene en B , la cantidad de pasajeros que sube es igual a $\frac{3}{4}$ de los pasajeros que viajaron de A hasta B , y bajan 39 pasajeros. En la estación C , la cantidad de pasajeros que sube es igual a $\frac{3}{4}$ de los pasajeros que viajaron de B hasta C , y bajan 39 pasajeros. La cantidad de pasajeros que llegaron a D es igual a la cantidad de pasajeros que salieron de A . Hallar cuántos pasajeros salieron de A .

Segundo Nivel

205. En la expresión

$$* 1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 * 8 * 9 * 10$$

Nico reemplazó cada $*$ por un signo $+$ o un signo $-$ de modo que quedaron 5 signos de cada clase, y realizó la expresión indicada. El resultado es un número positivo de dos dígitos que es múltiplo de 7. Determinar qué número obtuvo Nico e indicar una posible asignación de los signos $+$ y $-$ con la que se obtiene ese número.

Tercer Nivel

305. Los participantes de una olimpiada compartieron un almuerzo de camaradería, con precio fijo. Al terminar, el mozo llevó la cuenta, que era de \$1680. Dividieron entre el número de participantes, pero el dinero no alcanzó porque 4 personas ya se habían retirado. Así que cada uno de los presentes debió agregar \$1. Calcular cuántos participantes hubo en el almuerzo.

12 de abril

Primer Nivel

106. Sea $ABCD$ un cuadrilátero de lados AB , BC , CD y DA tal que $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle ACD = 90^\circ$ y $BC = CD$. Las diagonales AC y BD se cortan en O . Si $\angle AOD = 110^\circ$, calcular $\angle BAC$.

Segundo Nivel

206. Sea $ABCD$ un cuadrado de lado $AB = BC = CD = DA = 6$. Sean P en el lado BC y Q en el lado CD tales que las rectas AP y AQ dividen al cuadrado en tres figuras de áreas iguales.

Calcular el área del triángulo APQ .

Tercer Nivel

306. Se tienen dos figuras superpuestas: el cuadrado $ABCD$ de lados $AB = BC = CD = DA = 6$ y el triángulo isósceles ABE de base AB , con $AE = BE$. Se sabe que el área de la superposición es igual a $\frac{3}{4}$ del área del cuadrado. Calcular el área de la porción del triángulo que no se superpone con el cuadrado.

19 de abril

Primer Nivel

107. Pablo tiene 10 cajas con lápices de colores. Las cantidades de lápices en todas las cajas son distintas, y en cada caja todos los lápices son de distinto color. Demostrar que es posible elegir un lápiz de cada caja de modo que los 10 lápices sean de distinto color.

Segundo Nivel

207. Leandro afirma que halló un número entero positivo tal que si se lo aumenta en un 10% se obtiene otro número entero positivo, y la suma de los dígitos de este nuevo número es igual a la suma de los dígitos del que halló disminuida en un 10%. Mostrar que lo que dice Leandro puede ser cierto.

Tercer Nivel

307. Hallar todos los números reales a, b, c, d, e que satisfacen simultáneamente las siguientes igualdades

$$\begin{aligned}\sqrt{a} + \sqrt{b+c+d+e} &= \sqrt{b} + \sqrt{a+c+d+e} = \sqrt{c} + \sqrt{a+b+d+e} = \\ &= \sqrt{d} + \sqrt{a+b+c+e} = \sqrt{e} + \sqrt{a+b+c+d} ; \\ a - b &= 1.\end{aligned}$$

26 de abril

Primer Nivel

108. Ariel elige 25 números enteros del 1 al 50 inclusive y Miguel elige 25 números enteros del 51 al 100 inclusive. Entre los números elegidos no hay repetidos ni tampoco hay dos números que difieran en 50. Determinar si con esta información es posible calcular la suma de los 50 números elegidos por los dos chicos. Si la respuesta es afirmativa, calcular la suma. Si no, explicar el porqué.

Segundo Nivel

208. Juan tiene cubos del mismo tamaño. En cada cara de cada cubo está escrito un dígito de modo que usando estos cubos se pueden formar todos los posibles números enteros positivos de 3 dígitos. Determinar la menor cantidad de cubos que puede tener Juan. (No se puede obtener el 6 dando vuelta el 9 y viceversa.)

Tercer Nivel

308. Dados 5 enteros positivos distintos que forman una progresión aritmética, decidir si es posible que el producto (multiplicación) de los 5 enteros sea igual a la potencia 2009 de un número entero.